

ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ У БАКАЛАВРОВ РЕШАТЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫЕ ЗАДАЧИ СРЕДСТВАМИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ¹

Иванова Ольга Владимировна,

доцент, кандидат педагогических наук, доцент кафедры информационных образовательных технологий факультета математики и компьютерных наук ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар, e-mail: oviva75@mail.ru

Аверкиева Мария Сергеевна,

магистрант ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар, e-mail: averkieva-maria@mail.ru

В статье представлен опыт использования модульной и компьютерной визуализации при формировании умений решать задачи в процессе изучения корреляционно-регрессионного анализа. Рассмотрены решения профессионально направленных задач в рамках лабораторных работ с использованием MathCAD и Excel; приведён пример опорной схемы к одной из лекций по корреляционно-регрессионному анализу.

Ключевые слова: корреляционно-регрессионный анализ, формирование умений решать профессионально-практические задачи, крупномодульные опоры, модульная визуализация, компьютерная визуализация, MathCAD, Excel, бакалавры, высшая математика, теория вероятностей, математическая статистика, профессионально направленные задачи.

Одна из обязанностей преподавателей вузов и учителей — «развивать у обучающихся познавательную активность, самостоятельность, ... способность к труду и жизни в условиях современного мира...» [1], выполнение которой возможно за счёт

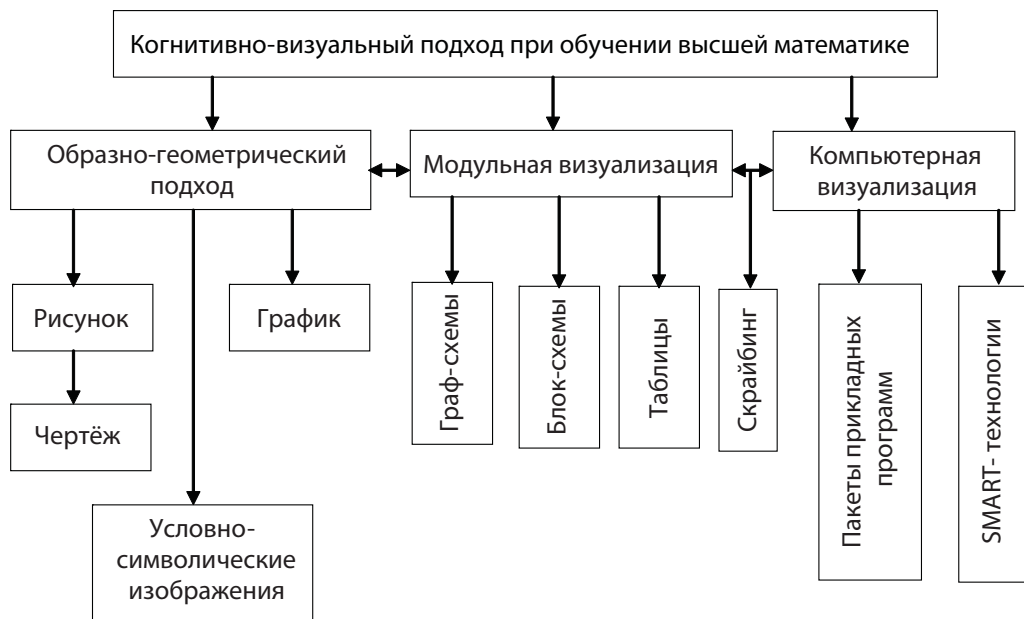
¹ Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №18-413-230033/18 «Конструирование интерактивной обучающей среды по математике для общего и высшего образования как основы создания регионального кластера педагогических инноваций».

внедрения в учебные дисциплины профессионально направленных задач. Но из-за «несоответствия увеличивающегося объёма информации количеству учебного времени» [2, с. 16] эти самые «профессионально направленные задачи» не вмещаются в количество учебных часов. Современным студентам-первокурсникам тяжело усвоить много новых понятий, а тем более владеть системой знаний, необходимой для решения профессионально направленных задач.

Отдельными методическими аспектами формирования системности знаний, в частности математических, занимались различные учёные [3, с. 20], но в рамках данной статьи рассмотрим одну из причин — расплывчатое усвоение понятий. Особенно это касается такой математической дисциплины, как теория вероятностей и математическая статистика, основные понятия которой вызывают недоумения у студентов, в большей степени у тех, кто учится на нематематических профилях. Например, такие понятия, как функция и плотность распределения случайных величин, закон больших чисел, метод наименьших квадратов, корреляционно-регрессионный анализ и другие, абстрактные определения которых студенты или не усваивают, или заучивают наизусть для сдачи экзамена. «Абстрактные определения становятся по-настоящему понятны лишь тогда, когда они используются при решении конкрет-

ных задач в различных моделях» [4, с. 7], и тогда, когда можно «потрогать руками» и увидеть глазами. Для понимания абстрактных понятий, используемых при решении профессионально направленных задач, мы опираемся на когнитивно-визуальный подход, реализация которого предполагает создание визуальной учебной среды [5, с. 52].

Применяя когнитивно-визуальный подход при обучении математике, авторы статьи доказали его успешность путём создания и использования крупномодульных опор, интерактивных интеллект-карт и граф-схем, скрайбинга на занятиях по высшей математике, апробации которых были описаны в следующих публикациях [6–8]. Все эти формы «картирования данных и знаний» [9, с. 1438] направлены на активное деятельностное восприятие учебного материала. При обучении элементам теории вероятностей и математической статистики, в частности для формирования умения решать профессионально направленные задачи, важно применение в совокупности таких средств визуализации, как картирование учебной информации (модульная визуализация) и пакеты прикладных программ в обучении (компьютерная визуализация). Вообще при обучении высшей математике авторы применяли различные средства визуализации (рис. 1), используя трактовку когнитивно-визуального подхода В.А. Далингера [5, с. 53].



▲ *Рис. 1. Разнообразные средства визуализации при обучении высшей математике*

Отметим, что одной из целей обучения высшей математике является формирование у бакалавров «потребности в профессионально-прикладных знаниях, имеющих направленность на получаемую специализацию по выбранному профилю» [10, с. 95]. Именно элементы теории вероятностей и математической статистики входят в «математику для всех», становятся важным компонентом общего образования современного человека, они являются новым математическим инструментарием для решения многих проблем [11, с. 5].

Сложен для понимания бакалаврами и важен для прикладного знания такой раздел, как «Корреля-

ционно-регрессионный анализ». Рассмотрим один из примеров — формирование умений решать профессионально-прикладные задачи при изучении корреляционно-регрессионного анализа средствами визуализации. Под профессионально-практической понимаем задачу, поставленную вне математики, имеющую направленность на получаемую специализацию по выбранному профилю, но решаемую её средствами [12, с. 58]. Под умением решать профессионально-практические задачи бакалаврами будем понимать их готовность и способность осуществлять все этапы решения такого типа задач. Опишем этапы формирования у бакалавров

умений решать названные задачи при изучении корреляционно-регрессионного анализа средствами визуализации:

1. Повторение определений основных понятий, формул средствами граф-схем (например, как на рис. 2), необходимых для решения данного типа задач, взаимосвязи которых были пояснены на лекционном занятии.

2. Умение определять смысл задачи, выделять отношения, зависимости, известные и неизвестные в задаче из предложенной граф-схемы, составлять расчётные таблицы (например, как на рис. 3) по исходным данным.

3. Умение строить математическую модель, используя данные из заполненной расчётной таблицы, умение работать с известными зависимостями.

4. Умение строить математическую модель, используя известные функции пакетов прикладных программ; понимание их основных особенностей, используя данные из граф-схемы, дополнение её конкретными функциями.

5. Умение исследовать построенные математические модели, получение решения.

6. Умение интерпретировать полученное математическое решение на язык исходной профессионально-практической задачи.

7. Умение сравнивать полученные решения с помощью разных компьютерных программ.

В настоящее время существует большое количество различных статистических пакетов: STADIA, STATGRAPHICS, STATISTICA, SPSS и др. [13, с. 72], с которыми необходимо познакомить студентов на лабораторных работах в рамках дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика». В своей практике работы авторы статьи используют систему MathCAD, удобную для применения в вероятностно-статистических расчётах, и табличный процессор MS Excel, поскольку он в основном используется в различных офисах, предприятиях и компаниях, удобен для статистической обработки, например для прогноза количества продаж на последующие годы или для установления связи между ценой товара и его продажами и др., а также из-за того, что он хорошо знаком бакалаврам ещё со школы.

«Корреляционно-регрессионный анализ» присутствует в дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» практически для всех профилей обучения, но в разном соотношении часов. Это одна из тем, сформированная изучением природы и общества» [14, с. 395], имеющая прямое прикладное значение. К примеру, «термин «корреляция» произошёл от латинского *correlatio* — соотношение, взаимосвязь, а термин «регрессия» произошёл от лат. *regressio* — движение назад и был введён Ф. Гальтоном, который, изучая зависимость между



▼ Таблица 1

№ п/п	Изучаемые темы	Соответствие учебных часов и используемых средств визуализации			
		Количество лекционных занятий	Количество лабораторных работ	Использование крупномодульных опор	Использование Excel и MathCAD
1	Установление наличия связи	2	2	Да	Нет
2	Определение формы и направления связи	2	2	Да	Да
3	Составление прогноза	2	2	Да	Да
4	Решение прикладных задач	—	2	Да	Да

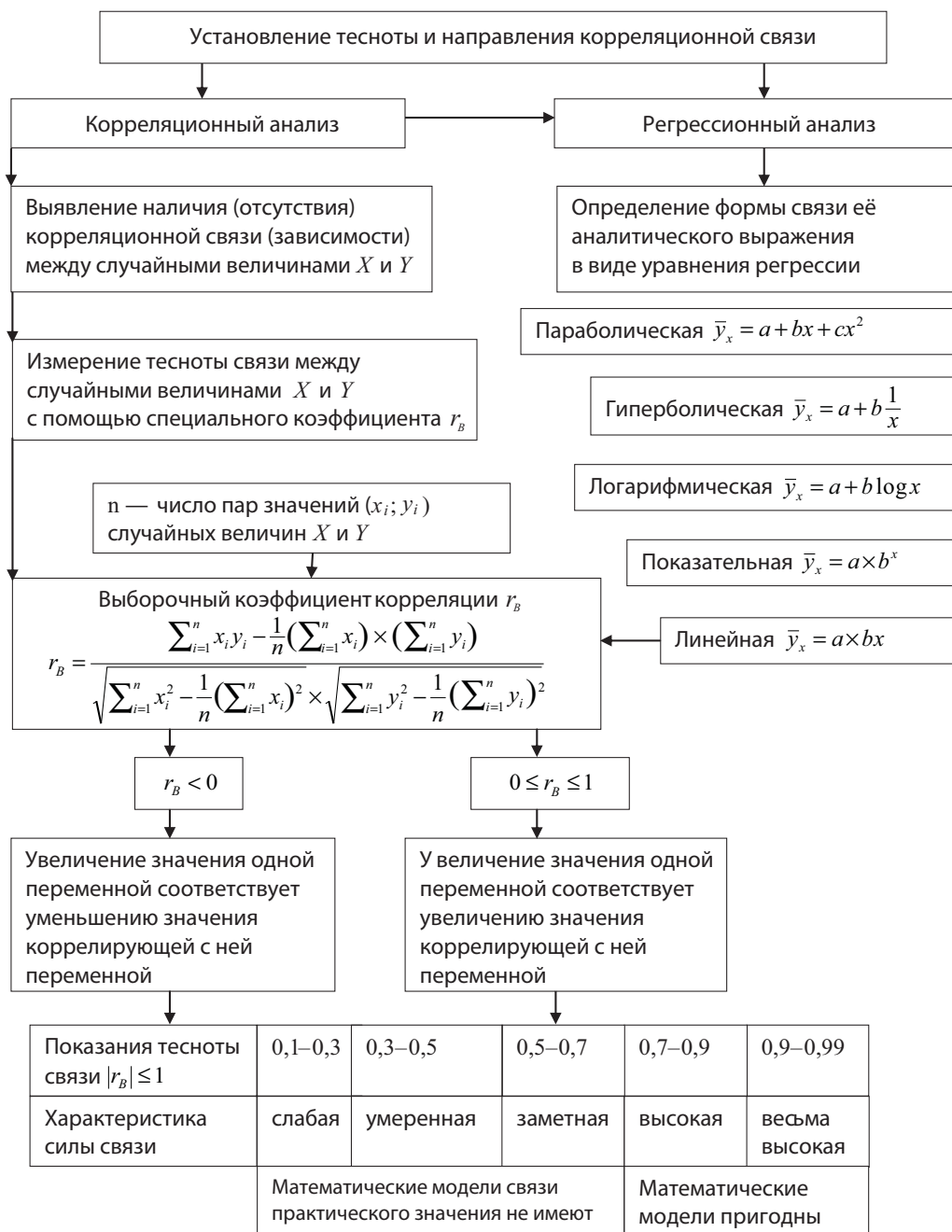
ростом родителей и их детей, обнаружил явление «регрессии к среднему» — у детей, родившихся у очень высоких родителей, рост был ближе к средней величине» [14, с. 395].

Основная задача при изучении корреляционно-регрессионного анализа, на наш взгляд, заключается в формировании умений использовать методы регрессии с целью: 1) делать прогнозы, 2) оценивать возможное значение одной переменной, если значение другой задано, 3) устанавливать достоверность прогноза. Поэтому авторы выявили следующий комплекс задач, направленный на изучение корреляционно-регрессионного анализа: 1) установление наличия связи между двумя и более переменными, а точнее, установление функциональной зависимости между средним значением одной величины и значением другой случайной величины; 2) определение формы и направления связи между двумя и более переменными,

установление уровня этой связи, графическое представление; 3) составление прогноза, определение его точности; 4) разбор прикладных задач средствами MathCAD и Excel, сравнение решений.

В табл. 1 представлено соотношение часов на изучение темы «Корреляционно-регрессионный анализ» и использование средств визуализации.

В каждом лекционном занятии предлагаются крупномодульные опоры по изучаемой тематике средствами электронной доски. Отметим, что план лекционного занятия в основном даётся в схематичном виде, все виды таких опор представлены для бакалавров в авторском учебно-методическом пособии [6]. На рис. 2 отображена опорная схема для лекционного занятия № 2 «Определение формы и направления связи», элементы которой были использованы авторами из учебно-методического пособия [15, с. 31].



▲ Рис. 2. Установление тесноты и направления корреляционной связи



В каждой лабораторной работе приведены профессионально-практические задачи, содержание которых основано на реальных данных различных торговых компаний, ставятся цель работы, алгоритм её выполнения и вопросы.

Например, рассмотрим содержание лабораторной работы № 2.

Лабораторная работа № 2 «Определение формы и направления связи»

Цели лабораторной работы: овладение методами обработки статистической информации посредством систем MathCAD и Excel; формирование умения определять форму и направления связи между двумя и более переменными, устанавливать уровень этой связи, представлять полученные данные графически.

Задача 1. Проведено 30 наблюдений над контрольными продажами товарной группы «Чай чёрный пакетированный классический». Данные наблюдений собраны в табл. 2, где X — суммарные недельные продажи по товарной группе в одном магазине, а Y — стоимость некоторого вида чая.

1. Существует ли связь между продажами и ценой товара? Установите тесноту связи между величинами X и Y .

2. Найдите уравнение линии регрессии и установите форму связи между продажами и ценой вида чая.

Порядок выполнения задачи в системе MathCAD

1. В системе MathCAD задайте два вектора Y и X с выборкой случайных данных: недельные продажи и цена чая, соответственно.

2. Тесноту связи между величинами X и Y характеризует такая величина, как корреляция.

Коэффициент корреляции может принимать значения от -1 до $+1$. При этом отрицательный коэффициент корреляции позволяет принять гипотезу о наличии линейной отрицательной связи, т.е. увеличение значения одной переменной соответствует уменьшению значения коррелирующей с ней переменной и наоборот. Чем значение коэффициента корреляции больше по модулю, тем теснее связь.

В MathCAD есть встроенная функция $\text{corr}(X, Y)$, позволяющая находить коэффициент корреляции. Найдите коэффициент корреляции с помощью указанной функции.

Что показал вычисленный коэффициент?

▼ Таблица 2

Данные о контрольных продажах товарной группы
«Чай чёрный пакетированный классический»

№	X_i	Y_i
1	39	9,42
2	32	14,04
3	38	19,92
4	26	20,89
5	24	21,34
6	20	28,48
7	18	29,11
8	19	30,66
9	22	32,05
10	25	33,61
11	10	37,81
12	15	40,78
13	13	50,66
14	7	50,95
15	5	54,11
16	3	54,62
17	1	58,08
18	1	62,41
19	3	65,81
20	2	66,88
21	4	78,41
22	2	81,6
23	0	82,82
24	0	99,28
25	1	99,35
26	1	133,17
27	1	151,13
28	2	157,62
29	0	167,65
30	1	203,22



3. Найдите параметры уравнения регрессии $y(x) = a + bx$, используя встроенные функции: параметр a — с помощью `intercpt(X, Y)`, параметр b — с помощью `slope(X, Y)`.

Какие выводы можно сделать, исходя из полученных результатов?

4. Представьте на графике линию уравнения регрессии и точки поля корреляции с помощью декартова графика, в окне которого в метке справа от оси ординат имя функции $f(i)$ и Y_i , а в нижней метке — аргумент функции i и X_i .

Порядок выполнения задачи лабораторной работы в системе Excel

1. В системе Excel задайте таблицу, в первом столбце которой значения X — цена, а во втором — значения Y — недельные продажи чая.

2. В Excel есть встроенная функция PEARSON (рис. 3), позволяющая находить коэффициент корреляции, найдите его с помощью указанной функции. Что он нам показал?

3. Для того чтобы найти параметры уравнения регрессии $y(x) = a + bx$ в Excel, воспользуйтесь функцией ЛИНЕЙН.

Какие выводы можно сделать, исходя из полученных результатов?

4. Представьте на графике точки поля корреляции, а также добавьте линию тренда.

Порядок выполнения задачи в тетради

1. Так как требуется найти точное соответствие между признаками и оба признака имеют только количественные выражения, то воспользуемся методом Пирсона. Составляем расчётную таблицу 3.

2. Для нахождения силы связи между рассматриваемыми величинами найдём коэффициент корреляции по формуле:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \times \sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \times \sqrt{\left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}} = \frac{10120,46 - \frac{(2035,88 \times 335)}{30}}{\sqrt{\left[210784,5 - \frac{2035,88^2}{30} \right] \times \sqrt{\left[8055 - \frac{335^2}{30} \right]}} =$$

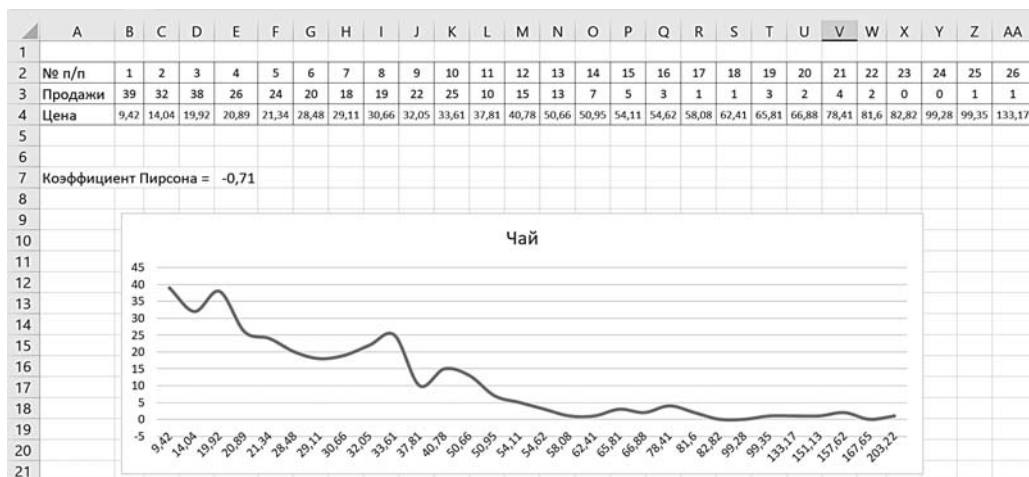
$$\approx \frac{10120,46 - 22734}{\sqrt{210784,5 - 138160} \times \sqrt{850 - 3741}} \approx \frac{-12613,54}{269,5 \times 65,7} \approx -0,71$$

3. Аналогичный результат будет получен и при использовании функции PEARSON в Excel (рис. 3).

Делаем вывод. Опорная схема (см. рис. 2) показывает все возможные значения, которые может принимать коэффициент корреляции. В нашей задаче $r_B = -0,71$, это говорит о том, что увеличение значения одной

▼ Таблица 3

№	x	y	xy	x ²	y ²
1	9,42	39	367,38	88,7364	1521
2	14,04	32	449,28	197,1216	1024
3	19,92	38	756,96	396,8064	1444
4	20,89	26	543,14	436,3921	676
5	21,34	24	512,16	455,3956	576
6	28,48	20	569,6	811,1104	400
7	29,11	18	523,98	847,3921	324
8	30,66	19	582,54	940,0356	361
9	32,05	22	705,1	1027,203	484
10	33,61	25	840,25	1129,632	625
11	37,81	10	378,1	1429,596	100
12	40,78	15	611,7	1663,008	225
13	50,66	13	658,58	2566,436	169
14	50,95	7	356,65	2595,903	49
15	54,11	5	270,55	2927,892	25
16	54,62	3	163,86	2983,344	9
17	58,08	1	58,08	3373,286	1
18	62,41	1	62,41	3895,008	1
19	65,81	3	197,43	4330,956	9
20	66,88	2	133,76	4472,934	4
21	78,41	4	313,64	6148,128	16
22	81,6	2	163,2	6658,56	4
23	82,82	0	0	6859,152	0
24	99,28	0	0	9856,518	0
25	99,35	1	99,35	9870,423	1
26	133,17	1	133,17	17734,25	1
27	151,13	1	151,13	22840,28	1
28	157,62	2	315,24	24844,06	4
29	167,65	0	0	28106,52	0
30	203,22	1	203,22	41298,37	1
Сумма	2035,88	335	10120,46	210784,5	8055



▲ **Рис. 3.** Установление тесноты связи в MS Excel

переменной соответствует уменьшению значения коррелирующей с ней переменной. Поскольку вычисленный коэффициент корреляции попадает в диапазон от 0,7 до 0,9 (что говорит о сильной корреляционной связи), значит, можно утверждать о статистически достоверной отрицательной зависимости между ценой товара и его продажами.

Лабораторная работа № 3 «Составление прогноза, определение его точности»

Цели лабораторной работы: овладение методами обработки статистической информации посредством систем MathCAD и Excel; формирование умения составлять прогноз, определять его точность как с помощью формул, так и посредством систем MathCAD и Excel.

Задача 2. Даны годовые продажи магазина по группе товаров «Макаронные изделия» на период 2010–2016 гг. (табл. 4).

Необходимо построить прогноз на 2017 г. и сравнить его с фактом, определить уровень точности.

Порядок выполнения лабораторной работы в системе MathCAD

1. В системе MathCAD задайте два вектора X и Y с выборкой случайных данных — период и продажи, соответственно. Найдите параметры уравнения регрессии $y(x) = a + bx$, используя встроенные функции: параметр a — с помощью $\text{intercpt}(X, Y)$, параметр b — с помощью $\text{slope}(X, Y)$.

2. Представьте на графике линию уравнения регрессии и точки поля корреляции с помощью декартова графика, в окне которого в метке

▼ Таблица 4

Годовые продажи магазина по группе товаров
«Макаронные изделия»

Год	Продажи
2010	445470
2011	401185
2012	363732
2013	361036
2014	417274
2015	363447
2016	308600
2017	?
2017 (факт.)	29364

справа от оси ординат — имя функции $f(i)$ и Y_p , а также $Y_{2017} = 293634$, в нижней метке — аргумент функции i , X_i и $X_{2017} = 2017$.

Порядок выполнения лабораторной работы в системе Excel

1. В системе Excel задайте таблицу, в первом столбце которой значения X — период, а во втором — значения Y — годовые продажи.

2. Для того чтобы найти параметры уравнения регрессии $y(x) = a + bx$ в Excel, воспользуйтесь функцией ЛИНЕЙН.

3. Посчитайте прогнозное значение 2017 г., исходя из формулы $y(x) = a + bx$.

4. Постройте гистограмму на основе данных за 2010–2016 гг., полученного прогнозного значения на 2017 г., а также фактического значения за 2017 г. Ось OY — продажи, OX — период.

5. Уровень точности определяется с помощью формулы $\frac{\text{Продажи}_{\text{факт}}}{\text{Продажи}_{\text{прогноз}}} \times 100\%$.

Порядок выполнения задачи в тетради

1. Для нахождения коэффициентов a и b линейной регрессии $\bar{y} = ax + b$ построим расчётную таблицу (как, например, табл. 5).

2. Среднее значение определим по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = \frac{28}{7} = 7$$



▼ Таблица 5

Расчётные данные для оценки линейной регрессии

Год	x	y	xy
2010	1	445470	445470
2011	2	401185	802370
2012	3	363732	1091196
2013	4	361036	1444144
2014	5	417274	2086370
2015	6	363447	2180682
2016	7	308600	2160200
Сумма	28	2660744	10210432
Среднее	4	380106,3	
y	2		
y ²	4		

3. Среднеквадратическое отклонение рассчитаем по формуле и занесём полученный результат в табл. 4:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(1-4)^2 + (2-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2 + (7-4)^2}{7}} =$$

$$= \sqrt{\frac{28}{7}} = 2$$

4. Возведя в квадрат полученное значение, получим дисперсию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = 2^2 = 4$$

5. Параметры уравнения определяются по формулам:

$$a = \frac{\frac{\sum y \times x}{n} - \bar{y} \times \bar{x}}{\sigma_x^2} = \frac{\frac{10210432}{7} - 380106,3 \times 4}{4} = \frac{1458633,14 - 1520425,3}{4} \approx -15448$$

$$b = \bar{y} - a \times \bar{x} = 380106,3 - 15448 \times 4 \approx 441898,3$$

6. Таким образом, уравнение регрессии: $y = -15448 \times x + 441898,3$. Из полученного уравнения найдём значение продаж на 2017 г.: $y_{2017} = -15448 \times 8 + 441898,3 = -123584 + 441898,3 = 318314,3$ (табл. 6).

7. Точность прогноза составила:

$$\text{Точность} = \frac{\text{Продажи}_{\text{факт}}}{\text{Продажи}_{\text{прогноз}}} \times 100\% = \frac{318314,3}{293634,3} \times 100\% = 108\%$$

▼ Таблица 6

Годовые продажи магазина по группе товаров «Макаронные изделия» и значение продаж на 2017 г.

Год	Продажи
2010	445470
2011	401185
2012	363732
2013	361036
2014	417274
2015	363447
2016	308600
2017	318314,3

Итак, рассмотрев шаги формирования умений у бакалавров решать профессионально направленные задачи средствами модульной и компьютерной визуализации при изучении корреляционно-регрессионного анализа, отметим, что такое сочетание средств визуализации способствует системному и осмысленному выполнению такого рода задач, даёт бакалавру чёткое понимание необходимости математики в его будущей профессии. Компьютерная визуализация позволяет рассмотреть как можно больше разнообразных таких задач в аудиторное время, а модульная визуализация способствует систематизации основных понятий, используемых при решении профессионально-практических задач.

Литература

1. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» № 273-ФЗ от 29 декабря 2012 г. с изменениями 2019 г. — / Гл. V, ст. 48. URL: <http://zakon-ob-obrazovanii.ru/48.html> (дата обращения 20.03.2019).
2. Грушевский С.П., Иванова О.В., Остапенко А.А. Модульная визуализация учебной информации в профессиональном образовании: монография. — М.: НИИ школьных технологий, 2017. — 200 с.
3. Грушевский С.П., Иванова О.В. Формирование системности математических знаний средствами интерактивных граф-схем в средней и высшей школе // Школьные технологии. — 2018. — № 5. — С. 20–25.
4. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика: учеб. пособие. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. — 472 с.
5. Далингер В.А. Теоретические основы когнитивно-визуального подхода к обучению математике: монография. — Омск: Изд-во ОмГПУ, 2006. — 144 с.
6. Высшая математика в схемах и таблицах: учеб.-метод. пособие / С.П. Грушевский, О.В. Засядко, О.В. Иванова, О.В. Мороз. — Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2018. — 109 с.



7. *Иванова О.В.* Интерактивные интеллект-карты как средство обобщения учебной информации // Школьные технологии. — 2018. — № 1. — С. 46–58.
8. *Иванова О.В.* Скрайбинг как средство модульной визуализации при обучении математическим дисциплинам в средней и высшей школе // Школьные технологии. — 2018. — № 4. — С. 72–77.
9. *Назарова О.В., Перов А.Г., Шмалько С.П.* Технология картирования знаний как фактор повышения качества обучения // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. — 2013. — № 89. — С. 1436–1445.
10. *Покорная О.Ю., Леонов М.М.* Применение информационных технологий в курсе высшей математики // Перспективы науки и образования. — 2014. — № 2 (8). — С. 95–97.
11. *Галюкшов Б.С., Далингер В.А., Симонженков С.Д.* Элементы теории вероятностей и математической статистики с применением MATHCAD: учеб. пособие. — Омск: Изд-во ГОУ ОмГПУ, 2009. — 142 с.
12. *Иванова О.В.* Развитие познавательного интереса к математике у учащихся химико-биологических классов: дис. ... канд. пед. наук. — Омск, 2006. — 233 с.
13. *Иванова О.В.* Использование инструментальных программных средств в обучении бакалавров педагогического образования элементам математической статистики // Информатика и образование. — 2014. — № 9. — С. 71–75.
14. *Кремер Н.Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика: учебн. для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. — 551 с.
15. *Знаенко Н.С.* Опорные схемы по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие. — Ульяновск: УВАУ ГА (И), 2011. — 57 с.